www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۰/ ۶/ ۱۳۸۸	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از اصل استقراء ریاضی ، ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم : $1\times 2^1+2\times 2^2+3\times 2^3+\cdots+n\times 2^n=(n-1)\times 2^{n+1}+2$	۱/۵
۲	اگر x گنگ باشد ، آیا x^2 همواره گویا است ؟ چرا ؟	۰/۵
۳	با استدلال استنتاجی ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد زوج متوالی ، مضرب ۸ است.	۱
۴	با استدلال برهان خلف ثابت کنید که : اگر $x\neq 1$ و $\frac{y^3}{2x}=4$ آنگاه داریم : $y\neq 2$.	۱
۵	شرکت کنندگان در یک آزمون ریاضی ۱۰۲۵ نفر می باشند. آیا حداقل دو شرکت کننده یافت می شود که حرف اول نام و نام خانوادگی آن ها به زبان فارسی یکسان باشد ؟ چرا ؟	۱/۵
۶	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید : الف) $(B-A)\cup(A\cap B)=B$ ب) $(A\cap B\cap C)'=A'\cup B'\cup C'$	۱/۵
۷	مجموعه های $A=\{x\mid x\in Z\ ,\ -2<x\leq 1\}$ و $B=\{x\mid x\in Z\ ,\ x^3-4x=0\}$ را در نظر گرفته و سپس اعضای $A^2-A\times B$ را مشخص کنید.	۱/۵
۸	نمودار رابطه‌ی زیر را رسم کنید. $R=\{(x,y)\mid x,y\in R\ ,\ x^2+y^2\leq 9\ ,\ y+x\geq 3\}$	۱
۹	رابطه R روی R^2 به صورت زیر تعریف شده است : $(a,b)\,R\,(c,d)\ \Leftrightarrow\ a^2d=c^2b$ الف) ثابت کنید رابطه R یک رابطه هم ارزی است . ب) کلاس هم ارزی $[(-1,2)]$ را مشخص کرده ، آیا این کلاس یک مجموعه متناهی است ؟	۱/۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۰/ ۶/ ۱۳۸۸	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	تاس و سکه سالمی را با هم پرتاب می کنیم ، مطلوب است : الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی . ب) پیشامد A که در آن تاس عدد بزرگتر از ۳ بیاید . ج) پیشامد B که در آن سکه پشت بیاید . د) پیشامد $A-B$ را مشخص کنید.	۲
۱۱	یک کارت از میان ۳۰ کارت به شماره های ۱ تا ۳۰ را به تصادف بیرون می آوریم احتمال آن را بیابید که : الف) عدد روی کارت مضرب ۲ یا مضرب ۳ باشد. ب) عدد روی کارت مضرب ۲ و مضرب ۳ باشد.	۱/۵
۱۲	در فضای نمونه ای $S=\{a,b,c\}$ اگر داشته باشیم : $P\{a,b\}=3p\{c\}$ در این صورت $p\{c\}$ را بیابید.	۱/۵
۱۳	سه وجه مکعبی به رنگ زرد و سه وجه دیگر آن به رنگ سبز است ، این مکعب را ۷ بار پرتاب کرده ایم ، احتمال آن که ۳ بار سبز آمده باشد را بیابید.	۱
۱۴	دو عدد حقیقی x,y را به تصادف انتخاب می کنیم به طوری که : $x\in[0,3]$ و $y\in[-2,0]$ ، مطلوب است احتمال آن که $\lvert x+y\rvert \le 1$.	۱/۵
۱۵	اگر A,B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند ثابت کنید : $P(A'\cup B)-P(A\cap B)=1-P(A)$	۱/۵
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۰/ ۶/ ۱۳۸۸
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$p(1): 2=2$ (۰/۲۵) شروع استقراء $p(k): 1\times2^1+2\times2^2+3\times2^3+\cdots+k\times2^k=(k-1)\times2^{k+1}+2$ (۰/۲۵) فرض استقراء $p(k+1): 1\times2^1+2\times2^2+3\times2^3+\cdots+k\times2^k+(k+1)\times2^{k+1}=k\times2^{k+2}+2$ (۰/۵) حکم استقراء طرف اول حکم: $(k-1)\times2^{k+1}+2+(k+1)\times2^{k+1}=2k(2^{k+1})+2=k\times2^{k+2}+2$ (۰/۵)	۱/۵
۲	خیر و یک مثال نقض نوشته شود. $x=\sqrt[3]{2} \rightarrow x^2=\sqrt[3]{4}\notin Q$ (۰/۵)	۰/۵
۳	فرض: $x=2k \ , \ y=2k+2$ (۰/۲۵) حکم: $xy=8k'$ (۰/۲۵) $xy=2k(2k+2)=4k^2+4k=4\underbrace{k(k+1)}=8k'$ (۰/۵) حاصل ضرب دو عدد متوالی زوج است.	۱
۴	فرض خلف: فرض کنیم که $y=2$ ، در این صورت داریم: (۰/۲۵) $\frac{8}{2x}=4 \Rightarrow x=1 \Rightarrow$ (۰/۵) (۰/۲۵) تناقض با فرض قضیه را دارد پس حکم اولیه برقرار است.	۱
۵	نام خانوادگی و نام (۰/۵) تعداد لانه ها: $32\times32=1024$ (۰/۲۵) تعداد کبوترها: ۱۰۲۵ شرکت کننده در آزمون $\Rightarrow 1025>1024 \Rightarrow$ $1025=1\times1024+1$ (۰/۲۵) بر طبق اصل لانه کبوتر (۰/۲۵) حداقل دو شرکت کننده یافت می شود که حرف اول نام و نام خانوادگی آن ها یکسان باشد. (۰/۲۵)	۱/۵
۶	الف) $(B-A)\cup(A\cap B)=(B\cap A')\cup(A\cap B)=B\cap(A\cup A')=B\cap U=B$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) ب) $(A\cap B\cap C)'=((A\cap B)\cap C)'=(A\cap B)'\cup C'=A'\cup B'\cup C'$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵
۷	$A=\{-1,0,1\}$ و $B=\{0,2,-2\}$ $A^2=\{(-1,-1),(-1,0),(-1,1),(1,1),(1,-1),(1,0),(0,0),(0,1),(0,-1)\}$ (۰/۵) $A\times B=\{(-1,0),(-1,2),(-1,-2),(0,0),(0,2),(0,-2),(1,0),(1,2),(1,-2)\}$ (۰/۵) $A^2-A\times B=\{(-1,-1),(-1,1),(1,1),(1,-1),(0,1),(0,-1)\}$ (۰/۵)	۱/۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۰/ ۶/ ۱۳۸۸
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir

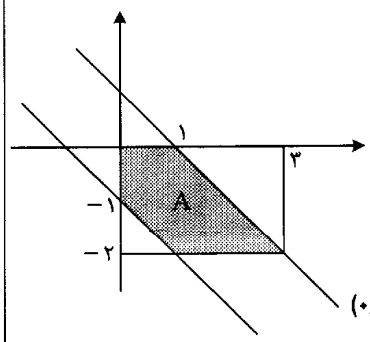
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	رسم دایره (۰/۲۵) رسم خط (۰/۲۵) محل مشترک (۰/۵)	۱
۹	۱) $(a,b)\,R\,(a,b) \Rightarrow a^2b = a^2b$ رابطه بازتابی (۰/۲۵) ۲) $(a,b)\,R\,(c,d) \Rightarrow (c,d)\,R\,(a,b)$ $(a,b)\,R\,(c,d) \Rightarrow a^2d = c^2b \Rightarrow c^2b = a^2d \Rightarrow (c,d)\,R\,(a,b)$ رابطه تقارنی (۰/۲۵) ۳) $\left.\begin{matrix}(a,b)\,R\,(c,d)\\(c,d)\,R\,(e,f)\end{matrix}\right\} \Rightarrow (a,b)\,R\,(e,f)$ $(a,b)\,R\,(c,d) \Rightarrow a^2d = c^2b$ $\Rightarrow a^2f = e^2b \Rightarrow (a,b)\,R\,(e,f)$ رابطه تعدی (۰/۵) $(c,d)\,R\,(e,f) \Rightarrow c^2f = e^2d$ دو رابطه را ضرب و ساده کنیم چون هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است. $[(-1,2)] = \{(x,y) \mid (x,y)R(-1,2)\} \Rightarrow y = 2x^2$ خیر این یک کلاس نامتناهی است. (۰/۵)	۱/۵
۱۰	الف) $S = \{(ر,۱), (ر,۲), (ر,۳), (ر,۴), (ر,۵), (ر,۶), (پ,۱), (پ,۲), (پ,۳), (پ,۴), (پ,۵), (پ,۶)\}$ (۰/۵) ب) $A = \{(ر,۴), (ر,۵), (ر,۶), (پ,۴), (پ,۵), (پ,۶)\}$ (۰/۵) ج) $B = \{(پ,۱), (پ,۲), (پ,۳), (پ,۴), (پ,۵), (پ,۶)\}$ (۰/۵) د) $A - B = \{(ر,۴), (ر,۵), (ر,۶)\}$ (۰/۵)	۲
۱۱	الف) $A = \{۲,۴,۶,۸,۱۰,۱۲,۱۴,۱۶,۱۸,۲۰,۲۲,۲۴,۲۶,۲۸,۳۰\}$ $\rightarrow p(A) = \frac{۲۰}{۳۰} = \frac{۲}{۳}$ (۰/۷۵) ب) $B = \{۶,۱۲,۱۸,۲۴,۳۰\} \rightarrow p(B) = \frac{۵}{۳۰} = \frac{۱}{۶}$ (۰/۷۵)	۱/۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی سوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۰/ ۶/ ۱۳۸۸
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$p\{a,b\}=۳p\{c\} \Rightarrow p\{a\}+p\{b\}=۳p\{c\}$ (۰/۵) $p\{a\}+p\{b\}+p\{c\}=۱$ (۰/۵) $\Rightarrow ۳p\{c\}+p\{c\}=۱ \Rightarrow p\{c\}=\frac{۱}{۴}$ (۰/۵)	۱/۵
۱۳	$p(A)=\frac{\binom{۷}{۳}\ (۰/۵)}{۲^{۷}\ (۰/۵)}=\frac{۳۵}{۱۲۸}$	۱
۱۴	$\lvert x+y\rvert\le ۱ \Rightarrow -۱\le x+y\le ۱$  شکل (۰/۵) $p(A)=\frac{a_A}{a_S}=\frac{۶-(\frac{۱}{۲}+۲)}{۶}\ (۰/۵)\ (۰/۵)=\frac{\frac{۷}{۲}}{۶}=\frac{۷}{۱۲}$	۱/۵
۱۵	اثبات $p(A'\cup B)-p(A\cap B)=p(A')+p(B)-p(A'\cap B)-p(A\cap B)=$ (۰/۵) $p(A')+p(B)-p(B)+p(A\cap B)-p(A\cap B)=۱-p(A)$ (۰/۵) (۰/۵)	۱/۵
	جمع نمره	۲۰

باسلام خدمت مصححین گرامی ، لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر نیز به تناسب نمره منظور فرمایید.

www.alm.loxblog.com